**Bestämning av nollställe med Newton-Raphsons metod**

Uppgiften går ut på först undersöka hur många iterationer av Newton-Raphsons metod som krävs för att bestämma nollstället till polynomet om vi väljer *x* = 1 som startpunkt (varför väljer vi inte *x* = 0?). Därefter kan andra startpunkter prövas och slutligen olika avbrottskriterier undersökas.

1. Skapa en kolumn (A) längst till vänster med heltal från 0 och upp till 20. Börja i cell A5 och gå nedåt. Värdena i cellerna ska indikera iterationens nummer. Skriv 0 i A5 och skriv in lämplig formel i A6 för att generera nästa iterationsnummer. Kopiera ner.

2. Skriv *x* i B4 och i B5 lägger du in startvärdet.

3. Skriv *f* i C4 och i C5 lägger du in en formel som beräknar polynomets värde för det *x*-värde som finns i B5.

4. Skriv *f* ' i D4 och i D5 lägger du in en formel som beräknar värdet av polynomets derivata för det *x*-värde som finns i B5.

5. Skriv in en formel i cell B6, som beräknar ett nytt *x*-värde med hjälp av N-R formel:

6. Kopiera cellerna C5 och C6 till D5 respektive D6.

7. Markera B6, C6 och D6. Kopiera därefter ner dem så att du får celler ner till samma rad som dina iterationsnummer slutar.

Nu kan du se att värdena ändrar sig mycket lite på slutet. Det krävs faktiskt förvånansvärt få iterationer för att uppnå ett gott närmevärde. Det korrekta värdet är .

När man skriver ett program för att via iterationer finna ett gradvis bättre närmevärde till det sökta nollstället kan det krävas ett avbrottskriterium. Om inte kommer iterationerna att pågå i all oändlighet, eller också får man, som vi gjorde ovan, begränsa antalet iterationer redan på förhand. Det kan därför krävas någon form av test eller kriterium som avbryter iterationsprocessen. Nedan undersöker vi några alternativ. Syftet är att diskutera deras svagheter och fördelar, samt i vilka fall de kan vara bättre eller sämre lämpade. Föreslå polynom eller andra funktioner som kan passa olika avbrottskriterer sämre eller bättre.

**Avbrottskriterier**

*Variant A*

Ett kriterium skulle kunna vara att stoppa iterationsprocessen då vi funnit en punkt där polynomets värde avviker från 0 mindre än ett visst värde. Eftersom vi söker ett nollställe till polynomet, men nöjer oss med ett närmevärde, kan det ses som rimligt att välja en maximal avvikelse som beror av den noggrannhet som vi kräver. Vi kan t ex välja att avbryta då polynomets värde ligger i intervallet -0,00001 < *p*(*x*) < 0,00001, men vi gör en lösning som medger olika värden på gränserna. För att göra detta kan vi prova med följande.

1. Skriv in "Noggrannhet" i cell E1 och därefter 0,00001 i cell E2

2. Skriv kontroll 1 i cell E4.

3. I cell E5 skall du skriva "=OM(ABS(C5)< $E$2;1;0)". OM är en villkorssats, vilket betyder att den testar det som står mellan första parentesen och första semikolonet, i detta fall "ABS(C5)<$E$2". Denna instruktion betyder att Excel tar absolutbeloppet av cell C5, där polynomets värde för den aktuella iterationen finns. Detta jämförs med värdet i cell E2, där vi matade in värdet för hur noggrant vi behöver bestämma nollstället.

Varför används ABS, dvs varför vill vi ha absolutbeloppet av polynomets värde?

Varför använde vi dollartecken när referensen till cell E2 angavs?

Om villkoret är uppfyllt så kommer cellen E5 att få värdet 1, om villkoret ej är sant får cellen värdet 0 (det är vad som anges av ettan och nollan sist i instruktionen).

4. Kopiera ner innehållet i E6 i cellerna nedanför.

5. Nu kan vi se att när en cell i E-kolumnen har värdet 1 har vi nått avsedd noggrannhet och skulle kunna stoppa iterationerna om vi velat.

*Variant B:*

Här ska vi undersöka när skillnaden mellan två på varandra följande *x*-värden understiger den gräns vi satt. Vi utnyttjar den gräns vi valde i föregående variant.

1. Skriv kontroll 2 i cell F4

2. Lämna cell F5 tom och i cell F6 ska du skriva "=OM(ABS(B6-B5)< $E$2;1;0)".

Om villkoret är uppfyllt så kommer cellen F6 att få värdet 1, om villkoret (dvs differensen mellan två på varandra följande *x*-värden) ej är sant får cellen värdet 0.

*Variant C:*

En tredje variant är att undersöka om funktionen korsar *x*-axeln genom att se om det sker ett teckenbyte. Det kan vi undersöka på följande sätt. I detta fall ska vi skapa en kolumn med celler som innehåller polynomets värde "Längre fram". Om vi hittar ett nollställe ska polynomet byta tecken när vi passerar nollstället. Vi skapar därför en kolumn med funktionsvärden för punkter som ligger ett stycke från den senast beräknade punkten.

I cell G5 skriver vi =(B5-$E$2)^3-2. Därmed beräknas polynomets värde för den punkt som ligger på ett angivet avstånd från B5. Kopiera ner denna formel i cellerna nedanför.

1. Skriv kontroll 3 i cell H4

2. I cell H5 ska du skriva "=OM((G5\*C5)<0;1;0)". OM är en villkorssats, vilket betyder att den testar det som står mellan första parentesen och första semikolonet, i detta fall om produkten av värdena i G6 och C6 är negativ.

Om villkoret är uppfyllt så kommer cellen H6 att få värdet 1, om villkoret ej är sant får cellen värdet 0 (det är vad som anges av ettan och nollan sist i instruktionen).

Därefter kan du kopiera ner formeln i kolumnen.

Syftet med att göra dessa avbrottskriterier är att få en utgångspunkt för diskussion. I vilka fall fungerar olika metoder bra/dåligt. Man kan prova med funktioner som har ett lokalt minimum eller maximum på *x*-axeln. Ett annat förslag är att diskutera vad som skulle kunna hända i de fall man prickar ett nollställe till derivatan.

Att lösa dessa problem kan anses ligga utanför kursens ram, men det är gott nog att konstatera att de existerar.