**Eratosthenes såll (av Mauritz Blomqvists 2017-10-29)**

Först ett par definitioner: *Primtal* = positiva heltal som kan divideras jämt med exakt två positiva hela tal.

Ni har säkert sett definitionen, positiva heltal större än ett som bara är jämt delbara med ett och sig själv.

Fördelen med den första definitionen är dock att den automatiskt exkluderar ett, eftersom ett bara är delbart med ett positivt heltal, nämligen ett.

*Sammansatta tal* = positiva heltal som inte är primtal. (Om även negativa tal tas med i detta så är alla negativa heltal sammansatta tal eftersom exempelvis –17 kan faktoriseras till –1 gånger 17.)

*Eratosthenes såll* är en metod för att hitta primtal. Principen är väldigt enkel. Man skriver en lista av successiva naturliga tal från två upp till hur långt man vill och orkar gå.

Det första talet i listan är två, (som är ett primtal) så vi stryker vartannat tal ovanför två, det vill säga 4, 6, 8 och så vidare. Då har vi strukit alla tal jämt delbart med två, utom två själv.

Det första icke strukna talet är nu 3 (som är ett primtal). Från det talet stryker vi nu vart tredje tal, det vill säga 6 (som redan är struket), 9, 12 och så vidare.

Det första icke strukna talet är nu 5 (som är ett primtal). Från det talet stryker vi nu vart femte tal, det vill säga 10 (som redan är struket), 15, 20 och så vidare.

… och så vidare.

Vad som blir kvar till slut är primtalen, eftersom alla multiplar av primtalet vi just använder är strukna.

Klassiskt inom programmering är att man gör ovanstående med så kallade loopar. I Excel kommer vi istället låta looparna motsvaras av rader och kolumner. Vi skall dessutom undvika att använda division eller rest och istället försöka göra som i den ursprungliga algoritmen, och alltså bara stega oss upp och stryka.

1. Om vi skall plocka fram alla primtal upp till ett givet tal, säg 3000. Vad är det högsta primtalet vi måste testa med? Alltså, hur långt upp i ”Det första icke strukna talet är…” måste vi gå?

Svar på ovanstående, och en del andra utvalda frågor, finns i slutet på detta dokument.

Nu till Excel.

1. Öppna ett nytt Exceldokument.
2. Skriv 1 i cell B3.
3. Skriv en formel i cell B4 för att öka talet i cellen över med 1. Detta gör vi för att kunna kopiera ner och skapa talen 2, 3, 4 och så vidare.[[1]](#footnote-1)
4. Kopiera ner formeln några tiotal rader. (Markera cellen, sätt muspekaren på nedre högra hörnet, håll ner höger musknapp, drag ner ett antal rader, släpp musknappen),
5. Skriv 2 i cell C2 och 1 i cell C3.

Talet vi just skrev i cell C3 är startvärdet i en slags räknare som skall räkna upp till ett mindre än det primtal (i cell C2) vi just jobbar med. Om primtalet är till exempel fem så skall vi skapa sekvensen 1, 2, 3, 4, 0, 1, 2, 3, 4, 0, och så vidare. Varje gång räknaren blir noll så kommer motsvarande tal i kolumn B vara en multipel av 5, det vill säga 5, 10, 15, 20 och så vidare.

1. Skriv en formel i cell C4 som lägger till 1 till talet ovanför.

Om vi skulle kopiera ner detta hela vägen så skulle vi få samma sekvens, 1, 2, 3, 4, …. ,som vi redan har. Vi vill att den skall räkna 1, 0, 1, 0, 1 och så vidare, eller 1, 2, 3, 4, 0, 1, 2, 3, 4, 0 om vårt primtal tal är 5. Varje gång talet i sekvensen = primtalet vi använder, så vet vi att talet i kolumn C är delbart med det primtalet.

Med hjälp av så kallade villkorssatser så kan man få Excel att göra olika beräkningar beroende på innehållet i en annan cell. I svenska versionen av Excel skrivs en villkorssats med hjälp av kommandot OM. Syntaxen[[2]](#footnote-2) är:

=OM(*villkor;* *vad som skall göras om villkoret är sant*; *vad som skall göras om
 villkoret är falskt)*

Om vi till exempel har formeln =OM(A2>10;”För stort”; A2+5) i cell B3 så kommer B3 visa texten För stort om innehållet i cell A2 är större än 10. Om däremot innehållet är 10 eller mindre, till exempel 3, så kommer cell B3 visa innehållet i A2+5. I vårt exempel så kommer talet åtta visas i cellen. [[3]](#footnote-3)

1. Skriv om formeln i cell C4 så att talet noll visas i cellen om talet ovanför plus ett är lika med innehållet i C2, annars skall innehållet i C4 bli innehållet i C3 +1.
2. Kopiera ner innehållet i C4 ett antal rader.

Om allt skulle fungera som vi ville så skulle kolumn C nu innehålla 2, 1, 0, 1, 0, 1, och så vidare. Det gör den dock inte. Felet är att Excel räknar om cellreferenser relativt var den är, så i till exempel cell C5 kommer det nu stå

=OM(C4+1=C3;0;C4+1)

Att det står C4 är bra, för vi vill ju titta på cellen ovanför. Vi vill dock hela tiden jämföra med innehållet i cell C2. För att förhindra att Excel ändrar rad, eller kolumn, kan vi sätta ett dollartecken framför den del av referensen som vi vill skall vara konstant. I vårt fall vill vi att den alltid skall använda talet i rad två, så vi ändrar innehållet i C4 till

=OM(C3+1=C$2;0;C3+1)

1. Gör detta och kopia ner ett antal rader.

Om allt stämmer skall nu kolumn C innehålla 2, 1, 0, 1, 0, 1, och så vidare.

1. Stämmer det att innehållet i en cell i kolumn C = 0 då innehållet i samma rad i kolumn B är jämt delbart med 2?
2. Ändra innehållet i cell C2 till 3. Vad händer. Prova med lite olika positiva heltal.
3. Vad har talen i kolumn C för relation till talen i kolumn B och talet i cell C2? Tänk division.

Nu har vi förhoppningsvis skapat oss en räknare som kan räkna upp ett antal steg och sedan börja om från början. I nästa kolumn, D, skall vi nu behålla alla tal som inte är strukna.

1. I cell D4, skriv en formel som returnerar (se fotnot 3) ”” om innehållet i cellen till vänster, det vill säga C4, är lika med noll, annars så returnera innehållet i B4.

Som ni ser kommer cellen att se tom ut. Det är för att 2 är jämt delbart med två, så talet är struket och ersatt med ingenting ”” (en tom stäng[[4]](#footnote-4)).

1. Kopiera ner ett antal rader.

Nu skall vi ha kvar talen 3, 5, 7, 9 och så vidare, alltså alla tal som inte är delbara med 2. Alla tal som är delbara med två, de jämna talen, är strukna.

1. Prova att ändra innehållet i C2 till 5. Vad händer?
2. Ändra tillbaks C2 till 2. Vilket tal är det första som inte är struket?
3. Markera kolumn C och D. Du kan göra det genom att klicka på bokstaven C ovanför kolumn C, sedan genom att hålla ner CTRL och klicka på bokstaven D ovanför kolumn D.
4. Högerklicka och välj Kopiera eller tryck Ctrl-C
5. Placera markören i cell E1 och högerklicka och välj det tredje inklistringsalternativet, formler.
6. Ändra tvåan i cell E2 till tre. Vad händer?

Som du förhoppningsvis ser så innehåller nu kolumn F alla tal som inte är delbara med två eller tre, och inte heller är mindre än de tal vi redan testat, det vill säga två och tre. Det första tal som inte är två eller tre och inte heller är delbart med två eller tre är 5, så det är vårt nästa primtal.

(Får du här några varningar om ”Inkonsekvent formel” så strunta i det. )

1. Kopiera kolumn C och D till kolumn G och H. Ändra G2 till 5.
2. Vad är det minsta talet i kolumn H?
3. Varför ser vi inte tal som är delbara med 2 eller 3 i kolumn H?
4. Gör nu om samma procedur, det vill säga kopiera kolumn C och D till de första två tomma kolumnerna till höger. Gör detta till och med kolumn AK. (Du kan göra detta genom att markera cellerna C2 till hur långt du har kopierat ner (exempelvis till H14) och sedan placera pekaren på högra hörnet av det markerade området, sedan hålla ner höger musknapp och drag och släppa när markeringen nått AL. Välj sedan alternativet Kopiera.)

(Om du tycker kolumnerna är för breda så kan du markera alla, sedan gå till den första, till höger om bokstaven C. Är du på linjen får du fram en slags dubbelriktad pil, Du kan nu drag och släppa för att justera kolumners bredd, Alla markerade kolumner kommer nu få samma bredd som den första markerade. )

1. Fyll i rad 2 (E2, G2, I2, K2 och så vidare) med de minsta talen i motsvarande kolumner till höger om cellen som du skall fylla i, precis som vi gjorde med talen 3 och 5.

Som du märker så har du ganska snart inga tal att fylla i. För att råda bot på det skall vi skapa många fler rader.

1. Markera alla celler i rad 4 från B4 till den sista cellen du har något i, i samma rad. Exempelvis genom att hålla ner skift och med högerpil stega sig fram till slutet på raden.
2. Ta dag i nedre högra hörnet i din markering (vänsterklick, håll ner) och dra ner c:a 3000 rader.
3. Förhoppningsvis kan du nu fullfölja uppgift 25.
4. Vilket tal står nu överst i kolumn AL.
5. Vad är det talet kvadrerat? Är det större än det största talet i kolumn B?
6. Räcker det alltså för att ha strukit alla sammansatta tal mindre än det största talet i kolumn B?
7. Talen i rad 2 och i kolumn AK är alltså alla …… mindre än eller lika med det största talet i kolumn C.

Grattis, du har just lyckats göra Eratosthenes såll i Excel, och förhoppningsvis lärt dig en del om Excel.

Om man vill automatisera kopieringen av tal till rad 2 så kan man i cell E2 skriva

=INDEX(D2:D3000;PASSA(SANT;INDEX(D2:D3000<>"";);0);0)

Sedan kan du kopiera det till cell G2, I2, K2 och så vidare.

Vill du lära dig förstå hur detta funderar kan du googla på Excel INDEX och Excel PASSA.

**Lite mer om primtal**

Primtalen är ganska jämt fördelade, men inte helt. Ibland kan man hitta två udda tal intill varandra som bägge är primtal, som till exempel 827 och 829. Att det finns oändligt många primtal är inte speciellt svårt att bevisa, men om det finns oändligt många primtaltvillingar är ett olöst problem.

Frågan om primtalens fördelning innehåller många andra intressanta problem. Ett av de mer kända är Riemannhypotesen (ni kan googla på det om ni vill) som märkligt nog har med primtalens fördelning att göra. Den som löser det problemen kan få en belöning på en miljon dollar från Clay Mathematical Institute. Dessutom lär man få erbjudande om toppositioner från diverse universitet i världen.

**Svar:**

1: Vi behöver bara gå upp till roten ur talet, eftersom om vi dividerar med något större än roten ur, så får vi något som är mindre än roten ur, som är tal som vi redan har testat eller strukit. Så för till exempel 3000 så behöver vi bara testa upp till 55 eftersom 552=3025.

4: =B3+1

7: = C3+1

8: =OM(C3+1=C2;0;C3+1)

13: Vad vi ser är rest efter division. Om C2=5 och B11=9 så är C11=4. Vi ser att vi först räknar vi upp till 5 (eller snarare 0) en gång, och sen går vi fyra steg till eftersom 9/5=1 + rest 4.

14: =OM(C4=0;"";B4)

16: Alla tal som är delbara med fem är strukna.

17: Två.

24: Därför att de formlerna i till exempel kolumn H så kopieras värdena från kolumn F, inte från B. Exempelvis så innehåller H6, =OM(G6=0;"";F6). Om Värdet redan är struket i F så kopieras ””, inte talet i kolumn B.

30: 67.

31. 672=4489. Beror på hur lång vi kopierade. Jag gick till 3092, men låt oss anta att vi gått till 3000.

32. Ja, eftersom 4489>3000. Vi hade klarat oss med kolumn AH eftersom 592=3481>3000.

33. …=primtal.

1. Använd inte Excels inbyggda metod att skapa en serie utan istället en formel. Detta för att vi lätt skall kunna markera och kopiera ner sista raden. [↑](#footnote-ref-1)
2. Språkvetenskaplig term för regler om hur man skriver och sätter ihop ord i ett språk. Ordet syntax används ofta inom datorvetenskap. [↑](#footnote-ref-2)
3. Inom datorvetenskapen använder man ofta termen ”returnerar” (”return” på engelska). En formel returnerar ett värde. I exemplet returnerar formeln ”För stort” eller innehållet i A2 + 5 beroende på innehållet i A2. [↑](#footnote-ref-3)
4. Inom datorvetenskapen kallas en bit text för en sträng. ”Hej” är en sträng med tre tecken och ”” är en sträng med noll tecken, en tom sträng. [↑](#footnote-ref-4)